

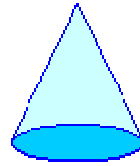


اگر تا به حال با قطار سفر کرده باشید، حتماً متوجه شده‌اید سربلندی‌ها، جایی که قطار می‌پیچد، ریل‌های راه‌آهن خمیدگی دارند. مانند شکل زیر:



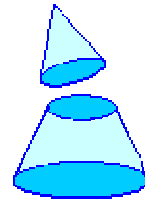
(خمیدگی روی قسمت‌های BC و  $B'C'$  است.)

می‌دانیم که هر دو چرخ مقابل قطار دارای محور مشترک هستند. (یعنی سرعت چرخش چرخ‌ها مساوی است). آیا تا به حال فکر کرده‌اید که چگونه قطار می‌تواند مسیری را طی کند که طول دو ریل آن نامساوی باشند؟ (قسمت‌های BC و  $B'C'$  طول نامساوی دارند). قبل از این که جواب این سؤال را بدهیم، باید مطلب زیر را بدانیم:

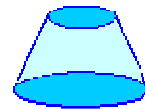


یک مخروط در نظر بگیرید:

اگر از قسمت بالایی مخروط، یک مخروط کوچک‌تر برداریم:

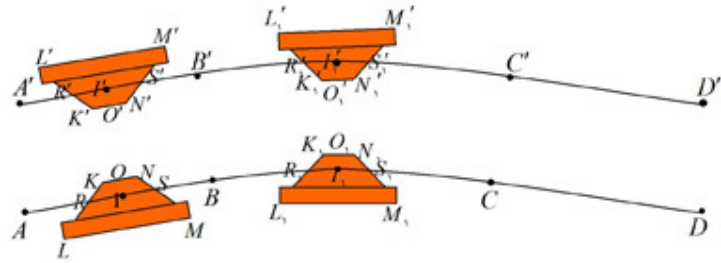


به شکلی که در قسمت پایین می‌ماند، مخروط ناقص می‌گوییم و دو قاعده دارد:



حالا که با مخروط ناقص آشنا شدیم، می‌توانیم جواب سؤال فوق را بیان کنیم:

چرخ‌های قطار، به صورت مخروط ناقص هستند و دقیقاً به همین علت است که قطار می‌تواند روی ریل خمیده حرکت کند. شکل زیر نحوه قرار گرفتن چرخ‌های قطار روی ریل‌ها را نشان می‌دهد:



زمانی که قطار روی قسمت‌های AB و  $A'B'$  (که خمیدگی ندارند) حرکت می‌کند، اگر از بالای چرخ سمت راست به آن نگاه کنیم، آن را به صورت مخروط ناقص KLMN می‌بینیم. پارمخت  $KN$  نمایش دایره‌ای است که قاعده‌ی کوچک مخروط ناقص می‌باشد و پارمخت  $LM$  نمایش دایره‌ای است که قاعده‌ی بزرگ مخروط ناقص است، پارمخت  $RS$  نمایش دایره‌ای از چرخ سمت راست است که با  $AB$  تماس دارد. اگر از بالا به چرخ سمت چپ نگاه کنیم آن را به صورت مخروط ناقص  $K'L'M'N'$  می‌بینیم که در آن پارمخت  $R'S'$  نمایش دایره‌ای از چرخ سمت چپ است که با  $A'B'$  تماس دارد.

تا وقتی قطار روی قسمت‌های AB و  $A'B'$  حرکت می‌کند، تماس چرخ سمت راست با  $AB$ ، روی محیط دایره به قطر  $RS$  است و تماس چرخ سمت چپ با  $A'B'$  روی محیط دایره به قطر  $R'S'$  است. (اما زمانی که قطار به مسیر خمیده (قسمت‌های BC و  $B'C'$ ) وارد می‌شود، تماس چرخ سمت راست با  $BC$  روی محیط دایره به قطر  $R,S_1$  است به طوری که طول  $O,I_1$  کم‌تر از طول  $O,I$  است.  $I_1, I$  به ترتیب وسط‌های  $RS$  و  $R,S_1$  هستند.) در مورد چرخ سمت چپ هم، تماس چرخ با  $B'C'$  روی محیط دایره به قطر  $R',S'_1$  است به طوری که طول  $O',I'_1$  بیش‌تر از طول  $O',I'$  است.  $I'$  و  $I'_1$  به ترتیب وسط‌های  $R'S'$  و  $R',S'_1$  هستند.) اما همان‌طور که در شکل می‌بینید  $R,S_1 < R',S'_1$ . بنابراین:

$$\pi R,S_1 < \pi R',S'_1$$

پس در هر چرخش، طول مسیری که چرخ سمت راست طی می‌کند، کم‌تر از طول مسیری است که چرخ سمت چپ طی می‌کند و بنابراین دو چرخ هم‌محور، قسمت‌های BC و  $B'C'$  (که دارای طول نامساوی هستند) را در یک زمان می‌پیمایند.

منبع: کتاب هندسه دلپذیر