

تعريف: عدد طبيعي n يك عدد روندا در مبنای B (عدد طبيعي) نامیده می‌شود اگر حاصل ضرب ارقام n در مبنای B مساوی B برابر مجموع عوامل اول n باشد. نتیجه ي فوري از تعريف این است که اگر n در مبنای B روندا باشد، تمامی ارقام n در مبنای B غير صفرند.

مثال: ۲۵۶۶۲ يك عدد روندا در مبنای ۱۰ است، نمایش آن به صورت حاصل ضرب عوامل اول چنین است:

$$25662 = 2 \times 3 \times 7 \times 13 \times 47$$

و هم چنین داریم:

$$2 \times 5 \times 6 \times 6 \times 2 = 10 \times (2+3+7+13+47)$$

چند عدد روندای دیگر در مبنای ۱۰ عبارت هستند از:

$$5824 \text{ و } 5664 \text{ و } 5439 \text{ و } 5265 \text{ و } 4752 \text{ و } 2835 \text{ و } 1568$$

نکته: برای مبنایهایی که عدد اول هستند، عدد روندایی وجود ندارد، چرا که برای عدد اول دلخواه p ، هیچ حاصل ضربی از اعداد طبیعی کوچک تر از خود را عاد نمی‌کند.

در جدول زیر چند عدد روندا در مبنای ذکر شده را آورده ایم:

B	اعداد روندا در مبنای B
۲	۹۴۱۸۵ و ۴۵۰۳۰ و ۱۶۰۳۱ و ۱۲۱۵۰ و ۱۱۹۳۵ و ۱۰۳۰۶
۶	۱۹۱۳۶ و ۱۵۱۰۴ و ۷۳۰۴ و ۷۰۴۰ و ۵۵۷۷ و ۳۸۱۳ و ۱۰۲۹ و ۸۵۵
۸	۱۴۵۰۰ و ۱۰۵۲۰ و ۶۶۲۲ و ۶۳۱۸ و ۱۸۲۶
۹	۳۳۳۶۰ و ۲۵۳۳۱ و ۲۱۰۵۴ و ۱۵۵۴۰
۱۰	۵۲۶۵ و ۴۷۵۲ و ۲۸۲۵ و ۱۵۶۸
۱۲	۲۴۲۵ و ۲۹۹۳ و ۸۰۰ و ۵۶۰
۱۴	۲۹۶۳۱ و ۲۰۵۶۵ و ۱۸۶۵۵ و ۱۱۴۷۵
۱۵	۱۵۸۷۲ و ۱۱۴۶۸ و ۲۴۷۲ و ۲۳۹۲
۱۶	۶۷۷۶ و ۱۱۳۴ و ۱۰۰۰

عدد ۵۶۰ کوچک ترین عدد روندا است که در مبنای ۱۲ روندا می‌باشد (توجه کنید که ارقام ۵۶۰ در مبنای ۱۲ عبارت هستند از: ۸۰ و ۳)؛ اعدادی طبیعی وجود دارند که برای بیش از یک مبنای روندا هستند. مثلاً عدد ۱۰۰۰ کوچک ترین این اعداد است که برای مبنای ۱۶ و ۳۶ روندا است.

تعريف: برای عدد طبیعی n ، $Sopf(n)$ نمایش دهنده ي مجموع عوامل اول n می‌باشد. قضیه: تعداد نامتناهی عدد روندا وجود دارد.

اثبات: برای هر عدد طبیعی $m > 5$ ، $N = km(m+1)(2m+1)^t$ يك عدد روندا در مبنای $B = 2km(m+1)$ می باشد که در آن، عدد طبیعی k ریشه ي معادله ي زیر است:

$$Sopf(k) = m(m+1) - Sopf(m) - Sopf(m+1) - 2Sopf(2m+1)$$

توجه کنید که چون برای هر n ، $Sopf(n) \leq n$ (چرا؟) پس برای هر $m > 5$ ، طرف راست معادله ي فوق مثبت بوده (مجموع سه جمله ي شامل $Sopf$ در طرف راست معادله، حداکثر برابر $m^2 + 3$ بوده که با تعیین علامت، برای هر $m > 5$ ، طرف راست معادله ي فوق مثبت خواهد بود.) و در نتیجه، معادله ي فوق همواره ریشه دارد.

مثال:

اگر در روابط فوق، $m=6$ قرار دهیم آن گاه از:

$$Sopf(k) = 6 \times 7 - 5 - 4 - 3 = 4$$

داریم: $k=4$ و لذا $N = 4 \times 6 \times 7 \times 13^4 = 18292$ يك عدد روندنا در مبنای $B = 2 \times 4 \times 6 \times 7 = 336$ می‌باشد.

نمایش N در مبنای B به صورت زیر است:

$$N = d_1 + d_2 B = km(m+1) + \sqrt{m(m+1)}B$$

حاصل ضرب ارقام N در مبنای B برابر است با: $(1) \sqrt{km^2(m+1)^2}$
از طرفی با توجه به تعریف N :

$$Sopf(N) = Sopf(K) - Sopf(m) + Sopf(m+1) + \sqrt{Sopf(m+1)} = m(m+1)$$

بنابراین B برابر مجموع عوامل اول N مساوی است با $\sqrt{km^2(m+1)^2}$ و با توجه به (1) مساوی با حاصل ضرب ارقام N در مبنای B می‌باشد. و این یعنی N يك عدد روندنا در مبنای B است.

این بحث نشان می‌دهد که اعداد روندنا نامتناهی هستند.

منابع:

www.mathworld.wolfram.com

www.mathpages.com