

سوالات پنج‌گزینه‌یی

- (۱) نگهبانی در یک شرکت با سه کارمند به نام‌های علی، حسین، و مجید کار می‌کند. نگهبان باید هر روز سرکار حاضر شود، مگر روزی که هر سه کارمند در مرخصی باشند. می‌دانیم که
- علی یک روز در میان به مرخصی می‌رود و امروز هم سرکار است.
 - حسین ۵ روز کار می‌کند و دو روز به مرخصی می‌رود و دیروز اولین روز کار او بعد از یک مرخصی بوده است.
 - مجید سه روز کار می‌کند و یک روز به مرخصی می‌رود. او دیروز در مرخصی بوده است.

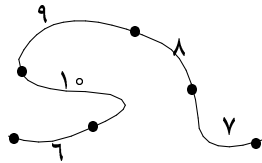
اولین روز تعطیلی نگهبان چند روز دیگر است؟

- الف) ۴ ب) ۷ ج) ۱۱ د) ۱۹ ه) نگهبان هیچ‌گاه تعطیلی نخواهد داشت.

- (۲) عددهای ۱ تا ۷۸ را به ترتیب حرکت عقربه‌های ساعت روی دایره‌ی نوشته‌ایم. عدد ۱ را به عنوان عدد جاری انتخاب کرده و عملیات زیر را آن قدر تکرار می‌کنیم که تنها یک عدد بر روی دایره باقی بماند:

- اگر عدد جاری مساوی x باشد، آن را از روی دایره حذف، به هر یک از x عدد بعدی (در جهت عقربه‌های ساعت) بر روی دایره یک واحد اضافه، و عدد $x + 1$ ام پس از آن را به عنوان عدد جاری انتخاب می‌کنیم.
- توجه داشته باشید که اگر تعداد عددهای باقی مانده بر روی دایره از x کم‌تر باشد، ممکن است به یک یا چند عدد بیش از یک واحد اضافه شود. عددی که در نهایت بر روی دایره می‌ماند، چه باقیمانده‌یی بر ۵ دارد؟

- الف) صفر ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ ه) ۴



- (۳) شکل روبه‌رو ۵ شهر و جاده‌های بین آن‌ها را نشان می‌دهد. عددهای بین شهرهای متوالی، نشان‌گر مسافت بین آن‌هاست. می‌خواهیم پمپ بنزینی بر روی جاده یا در یکی از شهرها احداث کنیم به طوری که مجموع مسافت شهرهای مختلف تا پمپ بنزین که آن را y می‌نامیم حداقل باشد. جزء صحیح y چند است؟ (جزء صحیح عدد x ، بزرگ‌ترین عدد صحیحی است که از x بزرگ‌تر نباشد.)

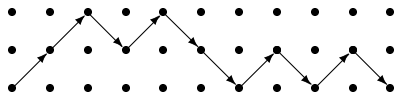
- الف) ۶۳ ب) ۶۹ ج) ۷۰ د) ۷۶ ه) ۹۲

- (۴) ده نقطه‌ی متمایز a_1, a_2, \dots, a_{10} بر روی صفحه‌ی قرار دارند به طوری که هیچ سه‌تایی از آن‌ها روی یک خط نیستند. برای هر سه عدد متمایز i, j, k و مجموع تمام زاویه‌های $\angle a_i a_j a_k$ به طوری که $\angle a_i a_j a_k < 180^\circ$ چند درجه است؟

- الف) ۱۸۲۰۰ ب) ۱۹۸۰۰ ج) ۲۱۶۰۰ د) ۳۳۶۰۰ ه) ۴۳۲۰۰

- (۵) به چند طریق می‌توان تعدادی از خانه‌های غیر مجاور در یک صفحه‌ی 4×2 را علامت زد؟ (دو خانه مجاور هستند اگر در یک ضلع مشترک باشند.)

- الف) ۱۷ ب) ۲۶ ج) ۳۴ د) ۴۱ ه) ۵۴

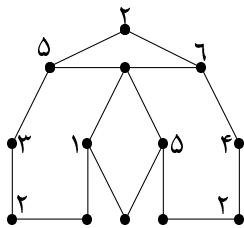


۶) شکل روبه‌رو یک جدول 3×11 با ۳۳ نقطه است. می‌خواهیم با استفاده از حرکت‌های مورب (مانند شکل روبه‌رو) از نقطه‌ی گوشه‌ی سمت چپ و پایین به نقطه‌ی گوشه‌ی سمت راست و پایین برویم. توجه کنید که با هر حرکت مورب فقط می‌توان به سمت راست شکل رفت. این کار به چند طریق ممکن است؟

- الف) $3^2 \times 2^4$ ب) $(1^\circ) \times 3$ ج) ۲۵ د) (1°) ه) ۲۴

۷) مهدی عدد مخفی x از مجموعه‌ی اعداد ۱ تا ۵۳ را انتخاب می‌کند. مریم می‌خواهد با تعدادی سؤال از عدد x آگاه شود. مریم در هر مرحله دو عدد a و b را با فرض $1 \leq a < b \leq 53$ انتخاب می‌کند. اگر $x = a$ یا $x = b$ ، مهدی مقدار x را به مریم می‌گوید و کار تمام است. در غیر این صورت مهدی یکی از سه جواب زیر را به مریم می‌دهد که عدد انتخابی او کوچک‌تر از a ، بین a و b ، یا بزرگ‌تر از b است. مریم با چند سؤال حتماً می‌تواند عدد مهدی را پیدا کند؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷



۸) شکل روبه‌رو ۱۳ نقطه را نشان می‌دهد که توسط ۱۶ پاره‌خط به هم متصل شده‌اند. در ابتدا برای هر نقطه یک عدد طبیعی به عنوان برجسب آن نقطه در نظر گرفته شده است. پس از آن در هر مرحله برای هر نقطه، از بین نقاط متصل به آن، نقطه‌ی که بزرگ‌ترین و نقطه‌ی که کوچک‌ترین برجسب را در مرحله‌ی قبل داشته است در نظر گرفته، مجموع برجسب آن دو را به عنوان برجسب آن نقطه در آن مرحله قرار می‌دهیم. در شکل داده‌شده، برجسب بعضی از نقطه‌ها در ابتدا بر روی آن‌ها نشان داده شده است. در مورد مجموع برجسب بقیه‌ی نقاط در انتهای مرحله‌ی سوم چه می‌توان گفت؟

- الف) زوج است و بر ۳ بخش پذیر است. ب) فرد است و بر ۳ بخش پذیر است.
ج) زوج است و بر ۳ بخش پذیر نیست. د) عدد اول است.
ه) احتمال درستی هر کدام از چهار مورد فوق وجود دارد.

۹) آزمونی شامل ۴۰ پرسش ۵ گزینه‌ی است. در این آزمون هر پاسخ درست ۴ نمره‌ی مثبت، هر پاسخ نادرست ۱ نمره‌ی منفی، و هر پرسش بدون پاسخ نمره‌ی صفر دارد. کم‌ترین تعداد شرکت‌کنندگان در این آزمون چه قدر باشد تا مطمئن شویم که حداقل دو نفر نمره‌ی برابر می‌گیرند؟

- الف) ۱۵۶ ب) ۱۹۱ ج) ۱۹۴ د) ۱۹۶ ه) ۲۰۱

۱۰) ۵ تیم فوتبال در یک تورنمنت به صورت دوره‌ی با یک‌دیگر مسابقه داده‌اند. هر باخت، مساوی، و برد به ترتیب صفر، یک، و سه امتیاز دارد. اگر بدانیم که هر دو تیم با هم یک مسابقه برگزار کرده‌اند و نیز بدانیم که پس از پایان تورنمنت تیم اول ۹ و تیم دوم ۷ امتیاز کسب کرده‌اند، تیم چهارم حداکثر چند امتیاز کسب کرده است؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۱۱) یک ماشین محاسبه‌گر یک حافظه‌ی داخلی به نام M دارد. این ماشین می‌تواند با انجام دستورهای زیر یک عبارت را محاسبه کند:

• Add X : مقدار X را با مقدار M جمع و حاصل را در M ذخیره می‌کند.

• Mul X : مقدار X را در مقدار M ضرب و حاصل را در M ذخیره می‌کند.

در دستورهای فوق X می‌تواند یک عدد صحیح یا یک متغیر باشد. فرض کنید مقدار M در ابتدا صفر است. برای مثال، دستورهای زیر، از راست به چپ، عبارت $ax + 5$ را محاسبه می‌کند: Add a ، Mul x و Add 5. کدام یک از عبارت‌های زیر با این ماشین قابل محاسبه نیست؟

- الف) $ax^2 + bx + c$ (ب) $(a + b)xy + ya$ (ج) $(a + by)(a + b)$
 د) $3x^5 + 1$ (ه) همه‌ی این عبارت‌ها را می‌توان محاسبه کرد.

۱۲) اگر گزاره‌های زیر درباره‌ی گزینه‌های همین سؤال باشند و بدانیم که دقیقاً یک گزینه درست است، گزینه‌ی درست کدام است؟

الف) اگر گزینه‌ی «ب» درست باشد، گزینه‌ی «د» نادرست است.

ب) گزینه‌ی «ب» درست است.

ج) اگر یکی از گزینه‌های «الف» یا «ه» درست باشد، گزینه‌ی «د» درست است.

د) گزینه‌های «الف» و «ب» درست هستند.

ه) هیچ‌کدام از گزینه‌های بالا درست نیستند.

۱۳) به چند حالت می‌توان از یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی به ترتیب سه زیرمجموعه‌ی A_1 ، A_2 ، و A_3 را انتخاب کرد به طوری که $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \emptyset$ ؟ (A_i ها لزوماً متمایز نیستند).

- الف) ۲۱۰ (ب) ۲۱۵ (ج) ۳۱۰ (د) ۲۲۰ (ه) ۷۱۰

۱۴) یکان یک عدد k رقمی 7 است. می‌دانیم اگر یکان این عدد را از سمت راست عدد برداریم و در سمت چپ آن بگذاریم، عدد ما ۵ برابر می‌شود. k حداقل چند است؟

- الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۱۰

۱۵) تعداد رشته‌هایی به طول ۱۰ متشکل از A ، T ، C ، و G را بیابید که در آن‌ها A و T مجاور هم نباشند و C و G نیز مجاور هم نباشند.

- الف) ۲۰۴۸ (ب) ۴۹ (ج) $4^{10} - 4 \times 10 \times 2^8$ (د) ۱۰۲۴ (ه) ۴۶

۱۶) ارزش یک عدد $\overline{a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0}$ در مبنای ۱۰ برابر است با:

$$a_5 \times (-10)^5 + a_4 \times (-10)^4 + \dots + a_1 \times (-10) + a_0$$

تعداد اعداد یک‌رقمی تا ۶ رقمی در مبنای ۱۰ - که ارزش آن‌ها منفی است، چند تا است؟ (برای اعدادی که کمتر از ۶ رقم دارند، رقم‌های سمت چپ را صفر در نظر بگیرید.)

- الف) ۱۰۱۰۱۰ (ب) ۸۱۹۰۰۰ (ج) ۵۰۰۰۰۰ (د) ۵۰۹۰۹۰ (ه) ۹۰۹۰۹۰

۱۷) به چند طریق می‌توان اعداد ۰ و ۱ را در خانه‌های یک جدول 10×15 قرار داد به طوری که مجموع هر ۴ عدد متوالی در یک سطر یا یک ستون عددی زوج باشد؟

- الف) صفر ب) ۵۱۲ ج) ۲۱۶ د) $\binom{15}{4} \binom{10}{4}$ ه) $\frac{2^{150}}{\binom{15}{4} \binom{10}{4}}$

۱۸) ۸ نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند. به چند طریق می‌توان این نقطه‌ها را دوه‌دو به هم متصل کرد، به طوری که هیچ دو وتر از ۴ وتر حاصل، هم‌دیگر را قطع نکنند؟ (وتر یک دایره پاره خطی است که دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل می‌کند.)

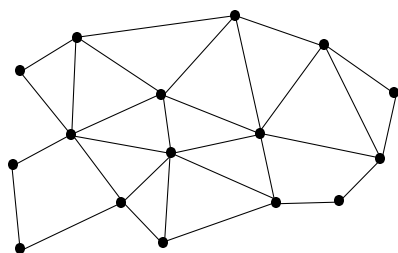
- الف) ۸ ب) ۱۴ ج) ۱۶ د) ۱۸ ه) ۲۴

۱۹) از دو عدد دودویی A و B ، عدد دودویی $C = A \oplus B$ را به این صورت به دست می‌آوریم: اگر رقم‌های i ام A و B یکسان باشند، رقم i ام C برابر صفر و در غیر این صورت برابر ۱ است (در سمت چپ هر عدد به اندازه‌ی کافی می‌توان رقم صفر اضافه کرد). مثلاً $110 \oplus 00100 = 00010$. حال بر روی عدد دودویی x عمل زیر را انجام می‌دهیم: x را به دو قسمت دل‌خواه x_1 و x_2 تقسیم می‌کنیم و x را برابر $x_1 \oplus x_2$ قرار می‌دهیم. مثلاً اگر $x = 11000100$ ، بر اساس یک حالت از تقسیم x داریم: $x_1 = 110$ و $x_2 = 00100$. یک عدد دودویی را «جالب» می‌گوییم اگر بتوان با تکرار عمل بالا آن را به ۱ تبدیل کرد. چند عدد دودویی به طول ۱۰ «جالب» است؟ (رقم‌های سمت چپ یک عدد دودویی می‌تواند صفر باشد.)

- الف) ۳۲ ب) ۱۰۲۴ ج) ۵۱۱ د) ۱۰۲۳ ه) ۵۱۲

۲۰) می‌خواهیم تعدادی مهره‌ی 1×2 را در یک جدول 1×12 بچینیم به طوری که هر مهره دقیقاً روی دو خانه‌ی مجاور قرار گیرد و دیگر نتوانیم هیچ مهره‌ی روی جدول قرار دهیم. به چند طریق این کار ممکن است؟

- الف) ۱۹ ب) ۲۰ ج) ۲۱ د) ۲۲ ه) ۲۳



۲۱) درجه‌ی یک رأس در گراف برابر تعداد یال‌هایی از گراف است که به آن متصل هستند. در گراف مقابل به هر رأس، عددی برابر مجموع درجه‌های همسایه‌های آن رأس نسبت می‌دهیم. فرض کنید مجموع این اعداد برابر A شود. در گام بعدی روی هر یال یک رأس جدید اضافه می‌کنیم و دوباره برای هر رأس، همان عمل را انجام می‌دهیم. مجموع اعداد جدید را B می‌نامیم. $B - A$ چند است؟

- الف) ۳۰ ب) ۶۰ ج) ۶۲ د) ۱۲۰ ه) ۱۲۴

۲۲) یک شرکت بشکه‌هایی از چهار ماده‌ی شیمیایی مختلف به نام‌های A ، B ، C ، و D تولید و در انبارهای خود ذخیره می‌کند. این شرکت ۴ انبار دارد که در هر انبار ۴ بشکه از انواع A ، B ، C ، و D موجود است (از هر ماده یک بشکه). این مواد شیمیایی در صورتی که با هم مخلوط شوند، خطرناک هستند. به همین دلیل شرکت تصمیم دارد بشکه‌ها را بین این انبارها طوری جابه‌جا کند که در نهایت هر انبار حاوی ۴ بشکه از یک نوع ماده‌ی شیمیایی باشد. برای این کار از یک کامیون استفاده می‌شود. این کامیون می‌تواند در هر بار جابه‌جایی حداکثر ۲ بشکه را از یک انبار به یکی دیگر از انبارهای شرکت انتقال دهد. حداقل با چند بار جابه‌جایی می‌توان این کار را انجام داد؟

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۱۰

۲۳) تعدادی عدد طبیعی متفاوت داده شده‌اند که مجموعشان برابر ۱۳ می‌باشد. بیش‌ترین مقدار حاصل‌ضربشان چه قدر است؟

- الف) ۴۲ ب) ۶۰ ج) ۷۲ د) ۷۵ ه) ۸۰

۲۴) نقطه‌ی (X, Y) داده شده است. هر بار می‌توانیم به مقدار X یا به مقدار Y یک واحد اضافه کنیم و به نقطه‌ی جدید (X', Y') برویم. می‌خواهیم با تکرار عمل بالا از نقطه‌ی $(1, 1)$ به نقطه‌ی $(5, 5)$ برسیم. برای این کار باید ۸ بار عمل فوق را انجام دهیم و از ۷ نقطه‌ی میانی بگذریم، یعنی

$$(1, 1) \rightarrow (x_1, y_1) \rightarrow \dots \rightarrow (x_7, y_7) \rightarrow (5, 5).$$

می‌خواهیم این نقاط را طوری انتخاب کنیم که $x_1 \times x_2 \times \dots \times x_7 \times y_1 \times y_2 \times \dots \times y_7$ ماکزیمم باشد. این مقدار ماکزیمم در کدام بازه قرار دارد؟

- الف) بین ۱۰۰,۰۰۰ و ۱,۰۰۰,۰۰۰ ب) بین ۱,۰۰۰,۰۰۰ و ۵,۰۰۰,۰۰۰
ج) بین ۵,۰۰۰,۰۰۰ و ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ د) بین ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ و ۶۰,۰۰۰,۰۰۰
ه) بیش از ۶۰,۰۰۰,۰۰۰

۲۵) دنباله‌ی از اعداد ۱ تا ۹ داده شده است. روی این دنباله الگوریتم زیر را انجام می‌دهیم. ابتدا ۳ عنصر اول دنباله را مرتب می‌کنیم. بعد از آن عناصر سوم و چهارم و پنجم را مرتب می‌کنیم. بعد عناصر پنجم و ششم و هفتم و در نهایت عناصر هفتم و هشتم و نهم را مرتب می‌کنیم. برای چه تعداد از جایگشت‌های اعداد یک تا نه دنباله‌ی که با این روش به دست می‌آید، مرتب است؟

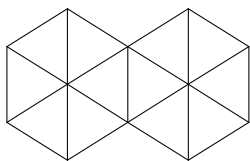
- الف) ۸۱ ب) ۵۱۲ ج) ۱۰۲۴ د) ۱۲۹۶ ه) ۲۵۴۲

۲۶) ۷۰۰ سکه را در صد ستون ۷ تایی قرار داده‌ایم. از هر ستون که حداقل ۳ سکه دارد، ۲ سکه برمی‌داریم، یکی را دور می‌اندازیم و دومی را روی ستون سمت چپ قرار می‌دهیم (در مورد سمت چپ‌ترین ستون، سکه‌ی دوم را نیز دور می‌اندازیم). این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا هیچ ستون ۳ سکه‌یی و بیش‌تر نداشته باشیم. در پایان مجموعاً در همه‌ی صد ستون چند سکه باقی مانده است؟

- الف) ۱۰۰ ب) ۱۹۷ ج) ۱۹۸ د) ۱۹۹ ه) ۲۰۰

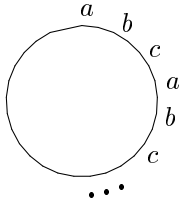
۲۷) رقم‌های یک سیستم عددنویسی باستانی عبارت‌اند از: X با ارزش ۱۰، Y با ارزش ۹، V با ارزش ۵، U با ارزش ۴، و I با ارزش ۱. هر عدد در این سیستم، از کنار هم قرار گرفتن تعدادی از ارقام فوق تشکیل می‌شود به طوری که ابتدا ارقام X و Y به ترتیب دل‌خواه، سپس ارقام U و V به ترتیب دل‌خواه، و در نهایت ارقام I قرار می‌گیرند. مثلاً، $YXII = 9 + 10 + 1 + 1 = 21$ و $VVUVII = 5 + 5 + 4 + 5 + 1 + 1 = 21$. برای عدد ۱۳، چند نمایش مختلف در سیستم فوق وجود دارد؟

- الف) ۱۲ ب) ۱۳ ج) ۱۴ د) ۱۵ ه) ۱۶



۲۸) ۲۳ چوب کبریت به صورت روبه‌رو چیده شده‌اند. حداقل چند چوب کبریت باید برداریم تا هیچ مثلی در شکل باقی نماند؟ (هر پاره‌خط کوچک در شکل یک چوب کبریت است.)

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۹



۲۹) حروف a, b, c و c را مانند شکل به طور متناوب دور یک دایره چیده ایم. می دانیم که در مجموع ۴۸ حرف دور دایره قرار داده ایم. سپس از یکی از حروف a شروع کرده و در جهت عقربه های ساعت حروف را یک در میان حذف می کنیم (خود اولین حرف نیز حذف می شود) تا در نهایت، دو حرف باقی بماند. این دو حرف به ترتیب نسبت به مبدأ، کدام دو حرف هستند؟

- الف) اول a ، بعد b ب) اول c ، بعد a ج) اول c ، بعد b د) اول a ، بعد c ه) اول b ، بعد c

۳۰) ۲۰۰۰ بلوک ساختمانی هریک به تنهایی بر روی زمین قرار دارند. می خواهیم برجی با قرار دادن همه ی این بلوک ها روی هم بسازیم. برای این کار تعداد نامحدودی جرثقیل داریم که می توانند به صورت هم زمان کار کنند. هر جرثقیل می تواند یک برج متشکل از یک یا چند بلوک را بر روی یک برج دیگر قرار دهد و یک برج جدید بسازد. اگر تعداد بلوک های برجی که توسط جرثقیل برداشته می شود کم تر یا مساوی ۱۰۰ باشد، این کاریک ساعت و در غیر این صورت دو ساعت طول می کشد. حداقل چند ساعت برای ساختن برج ۲۰۰۰ بلوکی لازم است؟

- الف) ۱۱ ب) ۱۲ ج) ۱۳ د) ۱۴ ه) ۱۵

M_1	M_2
M_3	M_4

۱	۰
۰	۱

۳۱) یک ماتریس M با درایه های صفر و یک و با ابعاد $2^n \times 2^n$ موجود است. S رشته ی متناظر با ماتریس M را به صورت زیر محاسبه می کنیم: اگر کلیه ی درایه های M صفر باشد، $S = 0$ و اگر کلیه ی درایه های M یک باشد، $S = 1$. در غیر این صورت ماتریس را به چهار ماتریس مساوی M_1, M_2, M_3, M_4 (مطابق ماتریس بالا از شکل روبه رو) تقسیم می کنیم. رشته ی S_i ($i = 1, 2, 3, 4$) متناظر با ماتریس M_i را به دست می آوریم. سپس $S = 2S_1S_2S_3S_4$. برای مثال رشته ی متناظر ماتریس پایین از شکل روبه رو 21001 است.

کدام یک از رشته های زیر ممکن است رشته ی متناظر یک ماتریس صفر و یک باشد؟

- ۱) ۲۰۲۲۱۱۱۰۱۱۱۱۱(۱) ۲) ۲۱۱۲۰۰۰۲۰۰۰۰۰۰۱(۲) ۳) ۲۰۱۰۲۱۰۲۱۰۱۰۱۰(۳)

- الف) ۱ و ۳ ب) ۱ و ۲ ج) ۱ و ۲ و ۳ د) ۲ و ۳ ه) هیچ کدام

۳۲) در سؤال قبلی چند رشته ی متناظر برای ماتریس های 16×16 وجود دارد؟

- الف) ۱۶۶۴ ب) ۲۱۶ ج) ۲۶۴ د) ۴۲۵۶ ه) ۴۱۶

۳۳) پنج نفر به نام های احسان، حامد، حسین، شادی، و الهام در تعدادی جلسه شرکت کردند. می دانیم تصادفاً در هر جلسه دقیقاً یک نفر غایب بوده است. الهام در ۵ جلسه شرکت کرد و حامد در ۸ جلسه. در ضمن می دانیم سه نفر دیگر هریک در بیش تر از ۵ جلسه و کم تر از ۸ جلسه شرکت کرده اند. کدام یک از گزینه های زیر در مورد این سه نفر درست است؟

- الف) هر سه در ۶ جلسه شرکت کرده اند. ب) دو نفر در ۶ جلسه و یک نفر در ۷ جلسه شرکت کرده اند.
ج) دو نفر در ۷ جلسه و یک نفر در ۶ جلسه شرکت کرده اند.
د) هر سه در ۷ جلسه شرکت کرده اند. ه) اطلاعات داده شده برای حل مسئله کافی نیست.

۳۴) در دو گوشه‌ی متقابل یک صفحه‌ی شطرنجی 2000×2000 دو مهره‌ی اسب قرار دارد. این دو مهره به نوبت حرکت می‌کنند. حرکت مهره‌ی اسب ۱ خانه در جهت عمودی یا افقی و ۲ خانه در جهت دیگر است. کم‌ترین مجموع تعداد حرکات لازم برای دو مهره چه قدر است تا این دو مهره روی یک خانه قرار بگیرند؟

الف) ۱۳۳۰ (ب) ۱۳۳۱ (ج) ۱۳۳۲ (د) ۱۳۳۳ (ه) ۱۳۳۴

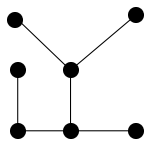
۳۵) در جزیره‌ی فرد عجیبی زندگی می‌کند که در روزهای سه‌شنبه، چهارشنبه، و پنج‌شنبه همه‌ی جمله‌هایی که می‌گوید دروغ است و در بقیه‌ی روزهای هفته همه‌ی جمله‌های او راست است. این فرد عجیب در چند روز از یک هفته می‌تواند جمله‌ی زیر را بگوید: «من هم دیروز دروغ گفتم و هم فردا»؟

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) ۵

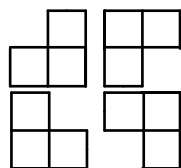
توجه کنید که سؤال‌های ۳۶ تا ۴۰ وجود ندارند و باید در پاسخ‌نامه سؤال‌های بله – خیر را از شماره‌ی ۴۱ علامت بزنید.

سؤالات بله - خیر

۴۱) نقشه‌ی شهرهای یک کشور در شکل روبه‌رو داده شده است. در این شکل هر دایره متناظر یک شهر و پاره‌خط‌های بین آن‌ها متناظر جاده‌های بین این شهرهاست. هر شهر دارای یک مخزن بنزین است. همه‌ی این مخزن‌ها در ابتدا تهی هستند بجز یک شهر دل‌خواه به نام شهر مبدأ که مخزن آن ۳۰ لیتر بنزین دارد. در شهر مبدأ ماشینی قرار دارد که می‌تواند حداکثر ۳ لیتر بنزین حمل کند، و برای رفتن از هر شهر به شهر مجاور یک لیتر از این بنزین را مصرف می‌کند. ماشین می‌تواند مقداری از بنزینی را که حمل می‌کند در مخزن بنزین یک شهر خالی کند، یا از مخزن بنزین آن شهر مقداری بنزین برای حمل بردارد. آیا می‌توان با انتخاب شهر مبدأ مناسب ۳۰ لیتر بنزین موجود در مخزن آن شهر را به وسیله‌ی ماشین طوری بین شهرها پخش کرد که پس از بازگشت ماشین به شهر مبدأ، در مخزن بنزین هر شهر حداقل یک لیتر بنزین مانده باشد؟



۴۲) جایگشت (۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷) از اعداد ۱ تا ۷ را در نظر بگیرید. در هر مرحله می‌توانیم با داشتن یک جایگشت، تعداد دل‌خواهی از اعداد آخر آن را برداشته، به اول آن منتقل کنیم و به جایگشت جدیدی برسیم. مثلاً جایگشت فوق با برداشتن ۳ عدد آخر و انتقال آن‌ها، به جایگشت (۳, ۴, ۱, ۲, ۶, ۷, ۵) تبدیل می‌شود. آیا می‌توان جایگشت فوق را با انجام تعداد دل‌خواهی از تبدیل‌های مذکور، سرانجام به جایگشت (۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷) تبدیل کرد؟



۴۳) یک جدول $m \times n$ داریم ($m > 2, n > 2$) که به صورت دل‌خواه در خانه‌های آن اعداد ۰ یا ۱ قرار داده‌ایم. در هر حرکت می‌توانیم به هر یک از سه خانه‌ی این جدول که تشکیل یکی از اشکال روبه‌رو را می‌دهند یک واحد اضافه کنیم. آیا با حرکاتی از نوع بالا می‌توانیم اعداد نوشته شده در تمام خانه‌های جدول را زوج کنیم؟

