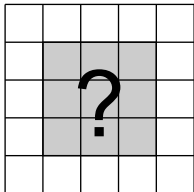


مرحله ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس اول)

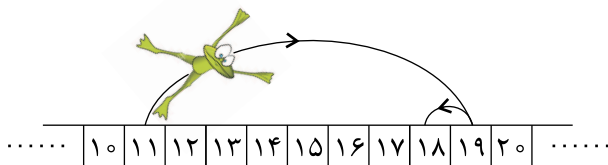
مسئله ی ۱: جدول 5×5 ۲۰ امتیاز



احمد یک مربع 3×3 در جدول 5×5 مقابل انتخاب کرده است. علی قصد دارد با تعدادی پرسش محل این مربع را کشف کند. او در هر نوبت می تواند به یکی از خانه های جدول اشاره کند و از احمد بپرسد که آیا این خانه در مربع مورد نظر او قرار دارد یا خیر. کمترین تعداد پرسش های لازم برای آن که علی بتواند مکان مربع احمد را کشف کند چند تا است؟ برای اثبات ادعای خود، باید یک روش ارائه دهید و نیز نشان دهید با کمتر از این تعداد سوال نمی توان همیشه به جواب رسید.

مسئله ی ۲: قورباغه ی پهلوان ۲۰ امتیاز

یک قورباغه ی پهلوان روی محور اعداد صحیح قرار گرفته است. او در هر جهش می تواند به اندازه ی توانی از ۲ به چپ یا راست بپرد. به عنوان مثال او می تواند با دو جهش از ۱۱ به ۱۸ برسد: ابتدا با یک جهش از ۱۱ به ۱۹ و در جهش بعدی از ۱۹ به ۱۸ می پرد. نشان دهید دو عدد صحیح a, b وجود دارند که او نمی تواند با کمتر از 100 جهش از a به b برسد.



مسئله ی ۳: الماس نسبتاً درخشان ۲۰ امتیاز

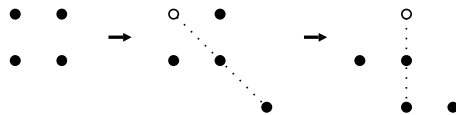
علی بابا در غار n الماس درخشان پیدا کرده است و می خواهد یکی از آن ها را انتخاب کند و با خود ببرد. او انسان قانعی است و اصراری ندارد که حتماً درخشان ترین الماس را انتخاب کند. بلکه فقط می خواهد الماسی که با خود می برد، یکی از 10 الماس برتر باشد (n از 10 بزرگ تر است).



برای ارزیابی درخشش الماس ها، یک آینه ی سخن گو وجود دارد که علی بابا می تواند دو الماس را در برابر آن قرار دهد و آینه به او می گوید که کدام یک از این دو درخشان تر است. با توجه به این که دزدان هر لحظه ممکن است سر برسند، وی باید با کمترین سوال از آینه، الماسی را انتخاب کند. او با حداقل چند سوال می تواند این کار را انجام دهد؟

مسئله ۴: چهار ملخ جهنده ۲۰ امتیاز

چهار ملخ در چهار راس یک مربع بر روی صفحه قرار گرفته‌اند. هر باریکی از ملخ‌ها با یک جهش از روی ملخ دیگری می‌پرد و در نقطه‌ی مقابل (قرینه‌ی مکان قبلی خود نسبت به مکان ملخ دیگر) فرود می‌آید. آیا ممکن است بعد از مدتی ملخ‌ها روی چهار راس یک مربع بزرگتر قرار بگیرند؟ (مربع بزرگتر ممکن است دوران یافته باشد).



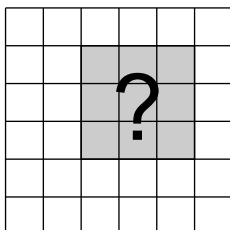
مسئله ۵: کتابخانه‌ی زندان ۲۰ امتیاز

یک کتاب مهم از کتابخانه‌ی زندان دزدیده شده است. رئیس زندان می‌خواهد دزد را پیدا کند. در روزی که کتاب مفقود شده است، شش زندانی به کتابخانه رفته‌اند. هر کدام یک بار وارد کتابخانه شده، مدتی در آنجا مانده و سپس کتابخانه را ترک کرده است. می‌دانیم که اگر دو نفر از آن‌ها هم‌زمان در کتابخانه بوده باشند، حتماً دست‌کم یکی از آن‌ها دیگری را دیده است. رئیس زندان از هر کدام از این زندانی‌ها به‌طور مخفی سوال می‌کند که چه کسانی را دیده است. پاسخ‌ها به صورت زیر است:

افرادى که دیده است	زندانى
E, B	A
F, A	B
F, D	C
F, A	D
C, B	E
E, C	F

رئیس زندان معتقد است که هر زندانی به‌درستی دیگر زندانی‌هایی را که در کتابخانه دیده گزارش کرده است، به‌جز فرد دزد، که علاوه بر کسانی که دیده است، یک نفر دیگر را به دروغ نام برده است. با فرض این که نظر رئیس زندان درست است، توضیح دهید که دزد کیست و دلایل خود را بنویسید. توجه مهم: ذکر نام دزد بدون استدلال کافی نمره‌ای ندارد.

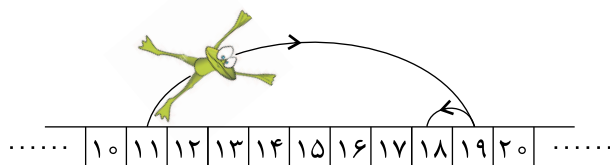
مرحله‌ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس دوم)
 مسئله‌ی ۱: مربع مخفی ۲۵ امتیاز



احمد یک زیرجدول 3×3 از جدول 6×6 مقابل را انتخاب کرده‌است. علی قصد دارد با تعدادی پرسش محل این مربع را کشف کند. او در هر نوبت می‌تواند به یکی از خانه‌های جدول اشاره کند و از احمد بپرسد که آیا این خانه در مربع مورد نظر او قرار دارد یا خیر. کمترین تعداد پرسش‌های لازم برای آن که علی بتواند مکان مربع احمد را کشف کند چند تا است؟ برای اثبات ادعای خود، باید یک روش ارائه دهید و نیز نشان دهید با کمتر از این تعداد سوال نمی‌توان همیشه به جواب رسید.

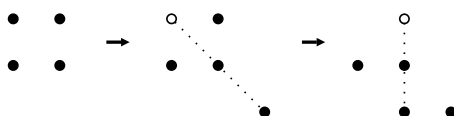
مسئله‌ی ۲: قورباغه‌ی پهلوان ۲۵ امتیاز

یک قورباغه‌ی پهلوان روی محور اعداد صحیح قرار گرفته است. او در هر جهش می‌تواند به اندازه‌ی توانی از ۲ به چپ یا راست بپرد. به عنوان مثال او می‌تواند با دو جهش از ۱۱ به ۱۸ برسد: ابتدا با یک جهش از ۱۱ به ۱۹ و در جهش بعدی از ۱۹ به ۱۸ می‌پرد. نشان دهید دو عدد صحیح a, b وجود دارند که او نمی‌تواند با کم‌تر از ۱۰۰ جهش از a به b برسد.

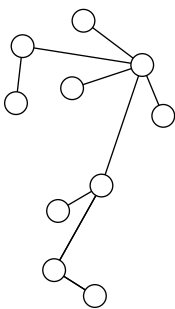


مسئله‌ی ۳: چهار ملخ جهنده ۲۵ امتیاز

چهار ملخ در چهار راس یک مربع بر روی صفحه قرار گرفته‌اند. هر باریکی از ملخ‌ها با یک جهش از روی ملخ دیگری می‌پرد و در نقطه‌ی مقابل (قرینه‌ی مکان قبلی خود نسبت به مکان ملخ دیگر) فرود می‌آید. آیا ممکن است بعد از مدتی ملخ‌ها روی چهار راس یک مربع بزرگتر قرار بگیرند؟ (مربع بزرگتر ممکن است دوران یافته باشد).



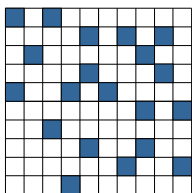
مسئله‌ی ۴: درخت رنگارنگ ۲۵ امتیاز



منظور از «درخت» تعدادی دایره است که با پاره‌خط‌هایی به هم متصل شده‌اند طوری که پاره‌خط‌ها همدیگر را قطع نمی‌کنند و بین هر دو دایره دقیقاً یک مسیر از طریق پاره‌خط‌های واصل وجود دارد. مریم و مینا بازی «رنگ آمیزی» زیر را بر روی یک درخت دل‌خواه انجام می‌دهند: با شروع از مریم، هر کس در نوبت خود یکی از دایره‌هایی که هنوز رنگ نشده را با یکی از ۶ رنگ قرمز، آبی، سبز، زرد، بنفش یا نارنجی رنگ می‌کند ولی باید رنگی که انتخاب می‌کند با رنگ هیچ‌کدام از دایره‌هایی که با یک پاره‌خط به این دایره متصل هستند و تا کنون رنگ شده‌اند یکی نباشد. مینا می‌خواهد بازی را به بن‌بست بکشانند یعنی وضعیتی ایجاد کند که هنوز دایره‌ی رنگ نشده‌ای وجود داشته باشد ولی حرکت دیگری ممکن نباشد. نشان دهید مریم می‌تواند با یک روش بازی خوب، مینا را ناکام بگذارد!

موفق باشید!

مسئله ۵: رنگ آمیزی پراکنده ۲۵ امتیاز



یک رنگ آمیزی از خانه‌های یک جدول با دو رنگ سیاه و سفید را «پراکنده» می‌گوییم اگر هیچ دو خانه سیاه در یک ضلع مشترک نباشند. نشان دهید تعداد رنگ آمیزی‌های پراکنده‌ی جدول 10×10 از 10^{15} بیشتر و از 10^{25} کمتر است.

مسئله ۶: سطل‌ها و توپ‌ها ۲۵ امتیاز

100 سطل در یک ردیف کنار هم قرار گرفته‌اند و 50 توپ درون آن‌ها پخش شده است. هر باریکی از سطل‌ها را انتخاب می‌کنیم و اگر k توپ درون آن بود آن‌ها را خارج کرده و بین k سطل دل‌خواه دیگر توزیع می‌کنیم طوری که به هر سطل یک توپ اضافه شود. نشان دهید در هر 20 حرکت متوالی ناچاریم دست‌کم یک بار به سراغ سطلی با کمتر از 10 توپ برویم.



مسئله ۷: ساختمان روشنایی ۲۵ امتیاز

ساختمان روشنایی تعداد زیادی چراغ و کلید دارد. هر کلید به بعضی از چراغ‌ها متصل است و با زدن آن وضعیت همه‌ی آن چراغ‌ها تغییر می‌کند (یعنی اگر خاموش بودند روشن و اگر روشن بودند خاموش می‌شوند). در ضمن میدانیم که هر چراغ دست‌کم به یک کلید متصل است. نشان دهید اگر در ابتدا همه‌ی چراغ‌ها خاموش باشند می‌توان با زدن بعضی از کلیدها به حالتی رسید که بیش از نیمی از چراغ‌ها روشن باشند.

مسئله ۸: رشته‌های مشابه ۲۵ امتیاز

مرتضی n کارت و کیان 1 کارت دارند که روی هر یک از آن‌ها یک رشته از صفر و یک به طول l نوشته شده است. در بین کارت‌های مرتضی، دست‌کم یک کارت وجود دارد که رشته‌ی آن با رشته‌ی نوشته‌شده روی کارت کیان کمتر از d رقم اختلاف دارد. منظور از اختلاف دورشته، تعداد رقم‌های متفاوت در آن‌ها است، مثلاً اختلاف دورشته‌ی 101101 و 001111 برابر 2 است زیرا در اولین و پنجمین رقم (از سمت چپ) تفاوت دارند. هدف مرتضی این است که با تعداد کمی پرسش، کاردی را پیدا کند که اختلاف رشته‌ی آن با رشته‌ی کارت کیان کمتر از d رقم باشد.

هر بار مرتضی یک عدد i انتخاب می‌کند و کیان رقم i ام رشته‌ی خود را به او می‌گوید. ثابت کنید مرتضی می‌تواند با کمتر از nd پرسش کارت مورد نظرش را پیدا کند.