

باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست.

«امام خمینی (ره)»

باشگاه دانش‌پژوهان جوان

بیستمین المپیاد فیزیک کشور

مرحله‌ی دوم

آزمون عملی: ۲۰ اردیبهشت‌ماه ۱۳۸۶

شروع ۹:۰۰

مدت آزمون: ۴۵ دقیقه

تذکرات:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به نکات زیر دقیقاً توجه فرمایید:

- ۱- قبل از شروع آزمون دقت کنید که وسایل ذکرشده در صورت سؤال عملی، که در پشت همین برگه چاپ شده است، به طور کامل در اختیار شما قرار گرفته باشد. در صورت بروز مشکل مسئول حوزه را مطلع کنید.
- ۲- این قسمت از آزمون از یک سؤال تشکیل شده و مدت پاسخ‌گویی به آن ۴۵ دقیقه است. پس از پایان این مدت پاسخ‌نامه‌های آزمون عملی جمع‌آوری و آزمون نظری شروع خواهد شد.
- ۳- از آن‌جا که ممکن است تا پایان آزمون عملی به وسایلی که در اختیار شما قرار داده شده نیاز داشته باشید، هنگام کار با آن‌ها دقت کنید. در صورت وجود مشکل در ابزارهای آزمایش، از مسئول حوزه درخواست کنید آن را تعویض نماید.
- ۴- در پایان آزمون می‌توانید این وسایل و سؤال عملی را به همراه ببرید.
- ۵- کارت معرفی‌نامه و کارنامه‌ی خود را در دسترس نگه دارید تا مسئول مربوط بتواند آن‌ها را ملاحظه و جمع‌آوری کند.
- ۶- هنگام آزمون همراه داشتن تلفن همراه (خاموش یا روشن) تخلف محسوب می‌شود. لذا تلفن همراه خود را قبل از شروع آزمون خاموش کنید و به مسئول حوزه تحویل دهید.

مسئله عملی

اندازه‌گیری چگالی

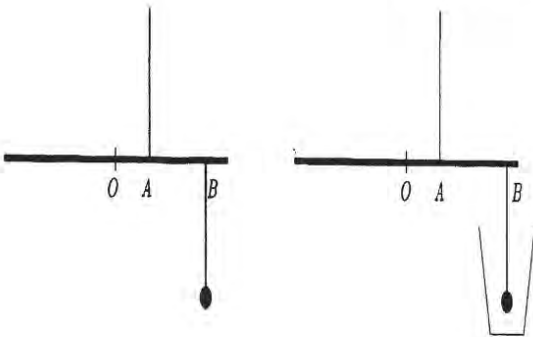
اگر جسمی به طور کامل در شاره‌ای غوطه‌ور شود، علاوه بر وزن یک نیروی شناوری هم به جسم وارد می‌شود که رو به بالا است و مقدارش $\rho V g$ است، که ρ چگالی شاره، V حجم جسم، و g شتاب گرانش زمین است. در این آزمایش می‌خواهیم نسبت چگالی یک جسم به چگالی آب را تعیین کنیم.

وسایل آزمایش: یک میله فلزی باریک، یک خط‌کش، یک لیوان، نخ، جسم، آب
روش آزمایش:

(۱) یک تکه نخ را در نقطه‌ی A به میله گره بزنید. یک تکه نخ را هم به جسم ببندید و سر دیگر آن را در نقطه‌ی B به میله گره بزنید و یک ترازو بسازید. نخ اول را بگیرید و A و B را جابه‌جا کنید تا میله افقی شود. a (فاصله‌ی A از وسط میله) و b (فاصله‌ی B از A) را بسنجید. در این حالت $M g a = W b$ است، که W وزن جسم و M جرم میله است. این آزمایش را سه بار انجام دهید و در هر حالت مقدار a و b را بسنجید و $\alpha = \frac{b}{a}$ را حساب کنید. همه‌ی مقدارها را در جدول بنویسید. میانگین α برای این سه حالت را هم حساب کنید و در جدول بنویسید.

(۲) حالا جسم را وارد آب کنید، چنان که جسم کاملاً در آب غوطه‌ور شود و با لیوان هم تماس نداشته باشد. باز هم نقطه‌های A و B را چنان تغییر دهید تا میله افقی شود. a' (فاصله‌ی A از وسط میله) و b' (فاصله‌ی B از A) در این حالت را بسنجید. در این حالت $M g a' = W' b'$ است که W' وزن ظاهری جسم (یعنی وزن آن منهای نیروی شناوری) است. این آزمایش را هم سه بار انجام دهید و در هر حالت مقدار a' و b' را بسنجید و $\alpha' = \frac{b'}{a'}$ را حساب کنید. همه‌ی مقدارها را در جدول بنویسید. میانگین α' برای این سه حالت را هم حساب کنید و در جدول بنویسید.

(۳) چگالی جسم را ρ می‌نامیم. عبارتی برای $\frac{\rho_0}{\rho}$ بر حسب α و α' به دست آورید و در کادر بنویسید. مقدار $\frac{\rho_0}{\rho}$ را حساب کنید و در کادر بنویسید.



باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش
مبارزه‌ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست.
باشگاه دانش‌پژوهان جوان
«امام خمینی (ره)»

بیستمین المپیاد فیزیک کشور

مرحله‌ی دوم

آزمون نظری: ۲۰ اردیبهشت‌ماه ۱۳۸۶

شروع: ۱۰:۰۰

مدت آزمون: ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه

تذکرات:

ضمن آرزوی موفقیت برای شما داوطلب گرامی، خواهشمند است به نکات زیر دقیقاً توجه فرمایید:

۱- این قسمت از آزمون شامل ۱۰ سؤال و وقت آن ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه است.

۲- همه‌ی سؤال‌ها نمره‌ی مساوی دارد.

۳- بر روی هر برگ پیش‌نویس که به شما داده می‌شود نام و نام‌خانوادگی خود را حتماً بنویسید.

۴- نتایج این آزمون در اواخر خردادماه اعلام خواهد شد.

۵- هنگام آزمون همراه دانش‌تلفن همراه (خاموش یا روشن) تحلف محسوب می‌شود. لذا تلفن همراه خود را

قبل از شروع آزمون خاموش کنید و به مسؤل حوزه تحویل دهید.

۱) یک ذره باردار در یک میدان الکتریکی و در میدان گرانشی زمین حرکت می‌کند. اندازه‌ی میدان الکتریکی ثابت است، اما جهت آن ممکن است روبه‌بالا یا روبه‌پایین باشد. اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر ذره تقسیم بر جرم آن q و شتاب گرانشی زمین g است. a کوچک‌تر از g است.

یک ذره با سرعت اولیه‌ای با اندازه‌ی v و زاویه‌ی θ نسبت به افق، در زمان صفر از زمین به بالا پرتاب می‌شود. نیروی الکتریکی وارد بر ذره، از زمان صفر تا t روبه پایین و پس از آن روبه بالا است.

الف) شرط این را به دست آورید که تغییر جهت میدان الکتریکی پیش از زمانی باشد که ذره به زمین می‌رسد.

ب) با فرض این که شرط الف برقرار است، برد این ذره (فاصله‌ی نقطه‌ی فرود تا نقطه‌ی پرتاب) را حساب کنید.

ج) با فرض این که شرط الف برقرار است، ارتفاع اوج این پرتابه را حساب کنید.

(۲) یک چرخ به شعاع r که محور آن افقی و ثابت است، چنان می چرخد که لبه‌ی زیرین آن با زمین تماس دارد. سرعت هر یک از نقطه‌های لبه‌ی چرخ v است. نقطه‌ی تماس چرخ با زمین (پایین چرخ) را با P ، و مرکز چرخ را با O نشان می‌دهیم. سنگی به لبه‌ی چرخ چسبیده و با آن می‌چرخد. در یک لحظه سنگ از چرخ جدا می‌شود. در این لحظه سنگ در نقطه‌ی Q است، چنان که زاویه‌ی OP با OQ برابر θ است. این سنگ در نقطه‌ی S به زمین می‌خورد. شتاب گرانش را g بگیرید. تعریف می‌کنیم $\alpha = (rg/v^2)$ و $L = (v^2/g)$.

الف) برد این پرتابه (طول PS) را بر حسب L و α و θ حساب کنید.

ب) در L و α ی ثابت، برد به ازای $\theta = \theta_0$ بیشینه می‌شود. معادله‌ای برای θ_0 به دست آورید.

(۳) یک قرص در صفحه‌ای افقی است و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω در جهت پادساعت‌گرد حول مرکزش (نقطه‌ی O) می‌چرخد. شخصی که روی این قرص دوار ایستاده و با آن می‌چرخد، در زمان صفر جسمی را با سرعت v از روی قرص به طور قائم به بالا پرتاب می‌کند. در زمان پرتاب، مختصات دکارتی شخص $(x = r, y = 0)$ است. این مختصات نسبت به زمین سنجیده شده‌اند و مبدأ مختصات نقطه‌ی O است. شتاب گرانش g است. جسم در زمان t به قرص می‌خورد. در این زمان جسم در نقطه‌ی P و شخص در نقطه‌ی Q است. تعریف می‌کنیم $\theta = (2\omega v/g)$ الف) t را حساب کنید.

ب) مختصات دکارتی P را بر حسب r و θ حساب کنید.

ج) مختصات دکارتی Q را بر حسب r و θ حساب کنید.

د) فاصله‌ی P با Q را بر حسب r و θ حساب کنید.

ه) زاویه‌ی بردار OQ با بردار PQ را با α نشان می‌دهیم. تانژانت α را بر حسب θ حساب کنید.

(۴) یک عدسی هم‌گرا در نظر بگیرید که کانون نقطه‌ای ندارد. این عدسی در مبدأ است و پرتوی نوری که موازی محور x به فاصله‌ی h از این محور به این عدسی بتابد، در نقطه‌ای به فاصله‌ی $f(h)$ از مبدأ محور x را قطع می‌کند. داریم $f(h) = A + Bh$ که A و B دو ثابت مثبت اند. در نتیجه باریکه‌ای موازی با محور x که به این عدسی می‌تابد، پس از گذشتن از عدسی در یک نقطه جمع نمی‌شود.

باریکه‌ای موازی محور x به این عدسی می‌تابد. این باریکه از پرتوهایی ساخته شده که فاصله‌یشان تا محور x بین صفر و D است. به این ترتیب اگر سرراه این باریکه به عدسی یک پرده عمود بر محور x بگذاریم، لکه‌ای نورانی به شعاع D روی پرده تشکیل می‌شود. اگر چنین پرده‌ای را بعد از عدسی بگذاریم، باز هم لکه‌ای نورانی روی پرده تشکیل می‌شود، اما شعاع این لکه به فاصله‌ی پرده از عدسی (x) بسته‌گی دارد. هدف محاسبه‌ی کمینه‌ی این شعاع است. به‌سادگی دیده می‌شود برای این که شعاع لکه کمینه شود باید x بین A و $f(D)$ باشد. علت آن است که در $x < A$ ، هیچ یک از پرتوهای سازنده‌ی باریکه به محور x نرسیده اند و به همین خاطر با افزایش x شعاع لکه کم می‌شود. در $x > f(D)$ هم همه‌ی پرتوهای سازنده‌ی باریکه به محور x رسیده اند و از آن گذشته اند. پس با افزایش x شعاع لکه زیاد می‌شود.

الف) پرتویی را در نظر بگیرید که پیش از رسیدن به عدسی در فاصله‌ی h از محور x است. این پرتو بعد از گذشتن از عدسی روی پرده‌ای می‌افتد که به فاصله‌ی x از عدسی است. فاصله‌ی محل برخورد این پرتو با پرده از محور x را $y(x, h)$ می‌نامیم. $y(x, h)$ را برای هر یک از حالت‌های $x < f(h)$ و $x > f(h)$ حساب کنید.

ب) بگیرید $A < x < f(D)$. بیشینه‌ی $y(x, h)$ (برای h های مختلف و x ثابت) را در حالت $f(h) < x$ و $f(h) > x$ ، به ترتیب $Y_1(x)$ و $Y_2(x)$ می‌نامیم. $Y_1(x)$ و $Y_2(x)$ را حساب کنید.

ج) شعاع لکه روی پرده‌ای به فاصله‌ی x از عدسی بیشینه‌ی $Y_1(x)$ و $Y_2(x)$ است. این شعاع را $Y(x)$ می‌نامیم. فرض کنید $A = BD$ باشد و (x/A) را چنان بیابید که $Y(x)$ کمینه شود. (می‌دانیم x بین A و $f(D)$ است). مقدار $Y(x)$ به ازای این x را R می‌نامیم. (R/D) را حساب کنید.

(۵) یک منبع آب به شکل استوانه‌ای با مساحت مقطع A است. ارتفاع آب در این منبع را با h نشان می‌دهیم. این منبع یک خروجی دارد که حجم آب خارج شده از آن بر زمان βh است، که β ثابت است. این منبع یک ورودی هم دارد که وقتی باز است، حجم آب وارد شده بر زمان $\alpha(H - h)$ است، که α و H ثابت اند. ورودی از زمان صفر تا T_1 باز، و از زمان T_1 تا $T_1 + T_2$ بسته است. بعد ورودی دوباره به مدت T_1 باز و به مدت T_2 بسته است و این روند ادامه می‌یابد. ارتفاع آب منبع در زمان $n(T_1 + T_2)$ را با u_n ، و در زمان $[n(T_1 + T_2) + T_1]$ را با v_n نشان می‌دهیم.

الف) مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی باز است را حساب کنید.

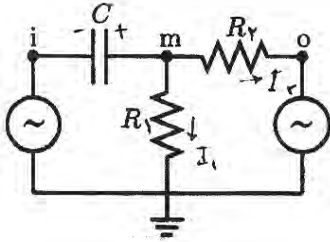
ب) مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی بسته است را حساب کنید.

ج) یک تقریب این است که مشتق h نسبت به زمان در حالتی که ورودی باز است را ثابت بگیریم. این مقدار ثابت را میانگین این مشتق در ابتدا و انتهای این زمان بگیرید. با استفاده از این تقریب یک رابطه بین v_n و u_n بیابید.

د) با تقریب مشابهی رابطه‌ای بین u_{n+1} و v_n بیابید.

ه) پس از گذشتن مدتی طولانی، u_n به مقدار ثابت u و v_n به مقدار ثابت v میل می‌کند. u و v را بیابید.

6) در مدار شکل، $V_o = A V_m$ که A مقداری ثابت است، و داریم $V_i = E \cos \omega t$ که E و ω ثابت اند و t زمان است. مقدار مقاومت‌ها و خازن روی شکل مشخص است. فرض کنید همگی جریان‌ها و ولتاژها سینوسی با بس‌آمد زاویه‌ای ω پند و V_o را به شکل $V_o = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ بگیرید.



الف) a و b را حساب کنید.

ب) V_o را در حد $A \rightarrow \infty$ حساب کنید.

(۷) یک شتاب‌دهنده‌ی خطی از چند تونل پشت سر هم تشکیل شده. پتانسیل الکتریکی درون هر تونل ثابت است اما بین هر دو تونل مجاور یک اختلاف پتانسیل هست، به این شکل که پتانسیل تونل‌های با شماره‌ی فرد $V(t)$ و پتانسیل تونل‌های با شماره‌ی زوج صفر است، که t زمان است. $V(t)$ چنان تنظیم می‌شود که ذرات باردار از هر تونلی که بیرون می‌روند اختلاف پتانسیل آن تونل با تونل بعدی چنان باشد که سرعت ذرات در فاصله‌ی بین دو تونل زیاد شود. طول تونل n برابر l_n است، و از زمانی که ذرات باردار فاصله‌ی بین دو تونل مجاور را می‌پیمایند چشم می‌پوشیم. جرم هر ذره‌ی باردار m و بار هر ذره‌ی باردار q است. $V(t)$ یک تابع دوره‌ای با دوره‌ی $2T$ است، چنان که $V(t)$ بین $t = 0$ و $t = T$ برابر $(-V_0)$ و بین $t = T$ و $t = 2T$ برابر V_0 است. V_0 ثابت و (qV_0) مثبت است.

الف) فرض کنید همگی ذرات باردار در $t = \frac{T}{4}$ از تونل صفر بیرون می‌روند و سرعت آن‌ها در این زمان v است. فرض کنید طول تونل‌ها چنان است که برای هر n ، ذرات در $t = nT + \frac{T}{4}$ از تونل n بیرون می‌روند. سرعت ذرات درون تونل n را بیابید.

ب) فرض کنید همگی ذرات باردار در $t = \frac{T}{4}$ از تونل صفر بیرون می‌روند و سرعت آن‌ها در این زمان v است. l_n ‌ها را چنان بیابید که برای هر n ، ذرات در $t = nT + \frac{T}{4}$ از تونل n بیرون روند.

ج) در واقعیت سرعت اولیه‌ی همگی ذرات یک‌سان نیست. ذره‌ای را در نظر بگیرید که انرژی جنبشی آن هنگام خروج از تونل صفر $\frac{m}{4}(v_0^2 + \epsilon)$ است، که ϵ نسبت به v_0^2 کوچک است. فرض کنید برای هر k با $k \leq n$ ، اختلاف زمان خروج این ذره از تونل k با زمان خروج ذره‌ای که سرعت اولیه‌ی آن v بوده کم‌تر از $\frac{T}{4}$ است. مدت حرکت این ذره در تونل k (با $k \leq n$) را به دست آورید.

راهنمایی: اگر α کوچک باشد، $(1 + \alpha)^\beta \simeq 1 + \beta\alpha$

د) ذره‌ای را در نظر بگیرید که انرژی جنبشی آن هنگام خروج از تونل صفر $\frac{m}{4}(v_0^2 + \epsilon)$ است، که ϵ نسبت به v_0^2 کوچک است. شرطی برای ϵ بیابید که برای هر k با $k \leq n$ ، اختلاف زمان خروج این ذره از تونل k با زمان خروج ذره‌ای که سرعت اولیه‌ی آن v بوده کم‌تر از $\frac{T}{4}$ باشد. این شرط را بر حسب تابع f با تعریف

$$f(n, s) = \frac{1}{1+s} + \frac{1}{2+s} + \dots + \frac{1}{n+s}$$

بنویسید.

(۸) ذره‌ای با بار q و جرم m در یک میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی در محیط‌های ۱ و ۲ به ترتیب \vec{B}_1 و \vec{B}_2 است. این دو محیط با یک صفحه از هم جدا شده‌اند. \vec{B}_1 و \vec{B}_2 یک‌نواخت، موازی با هم و موازی با صفحه‌ی جداکننده، و هم‌جهت‌اند. ذره در صفحه‌ای عمود بر این میدان‌ها با سرعت v حرکت می‌کند. در زمان صفر، ذره در نقطه‌ی A_0 واقع بر صفحه‌ی جداکننده، وارد محیط ۱ می‌شود و در این زمان زاویه‌ی بردار سرعت آن با راستای عمود بر صفحه‌ی جداکننده α است. مسیر حرکت ذره در محیط ۱ بخشی از یک دایره (کوچک‌تر از نیم‌دایره) به شعاع r_1 است. ذره در زمان t_1 از محیط ۱ بیرون می‌رود و در نقطه‌ی A_1 واقع بر صفحه‌ی جداکننده، وارد محیط ۲ می‌شود. مسیر حرکت ذره در محیط ۲ بخشی از یک دایره (بزرگ‌تر از نیم‌دایره) به شعاع r_2 است. ذره در زمان t_2 از محیط ۲ بیرون می‌رود و در نقطه‌ی A_2 واقع بر صفحه‌ی جداکننده، وارد محیط ۱ می‌شود.

الف) r_1 و t_1 را حساب کنید.

ب) r_2 و t_2 را حساب کنید.

ج) D (فاصله‌ی A_2 از A_0) را حساب کنید.

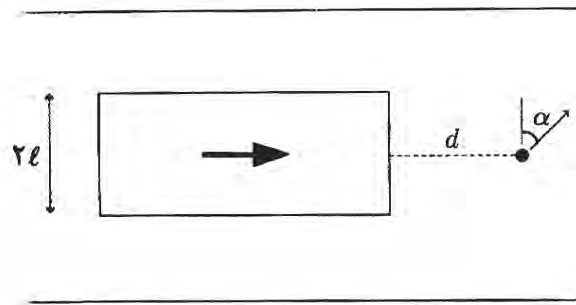
د) $\frac{D}{t_2}$ را سرعت سوق ذره می‌نامیم. سرعت سوق را حساب کنید.

(۹) شخصی در حال عبور از عرض خیابان است. مطابق شکل، هنگامی که این شخص به وسط خیابان می‌رسد، خودرویی که در فاصله‌ی d از او قرار دارد و در وسط خیابان است، از حال سکون با شتاب ثابت a بر روی یک خط مستقیم در امتداد خیابان به سمت او حرکت می‌کند. عرض خودرو 2ℓ است. این شخص به خاطر این که زمان کافی برای ادامه‌ی مسیر قبل از تصادف با خودرو ندارد، مسیر خود را به سمت راست کج می‌کند و بر یک خط مستقیم ادامه‌ی مسیر می‌دهد. این خط با عرض خیابان زاویه‌ی α می‌سازد.

الف) $v(\alpha)$ (کمینه‌ی سرعت شخص برای این که برخورد با خودرو رخ ندهد) چه قدر است؟

ب) α چه قدر باشد تا $v(\alpha)$ کمینه شود؟

ج) کمینه‌ی $v(\alpha)$ چه قدر است؟



۱۰) مطابق شکل سمت چپ، یک حلقه سیم بستنی قابل انعطاف و دارای روکش عایق در اختیار داریم. مقاومت این سیم R است. بدون این که سیم را ببریم، با خم کردن یا از روی هم رد کردن سیم آن را به شکل سمت راست در می آوریم. هر سه قسمت دایره‌ای شکل، در یک صفحه واقع‌اند. شعاع دایره‌های کوچک r_1 و شعاع دایره‌ی بزرگ r_2 است. یک میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود بر صفحه‌ای که سیم در آن قرار دارد بر سیم اعمال می‌کنیم. اگر میدان مغناطیسی با آهنگ $\Delta B/\Delta t$ با زمان تغییر کند، مقدار جریان‌های القایی ممکن است که می‌تواند در سیم به وجود آید چه قدر است؟

